

科目：數學科

時間：114/5/27(二)19:00~20:30 計 90 分鐘。

- 說明：1. 本試題卷共有 3 張 6 頁計有二大題試題。答案請書寫於答案紙(一張兩面)。
 2. 請核對本試題卷右上角准考證號碼是否正確。
 3. 可利用試題卷空白處書寫或計算。
 4. 試題卷須連同答案卷一併繳回，請勿書寫姓名。

作答說明：所有的答案請依題號填寫於答案卷上，答案卷請用黑色或藍色原子筆作答，否則不予計分。禁用計算機。

試題與答案卷共 7 頁。

2026. 1. 28 (三) ~ 1. 29 (四) Ru

一、填充題 (計 13 格，每格 6 分，共 78 分)：

1. 求 $43^{100} - 43^2$ 除以 $43^3 - 43^2 + 43$ 的餘數為 _____。

75809

$$f(x) = x^{100} - x^2 = x(x^2 - x + 1) Q(x) + Ax^2 + Bx$$

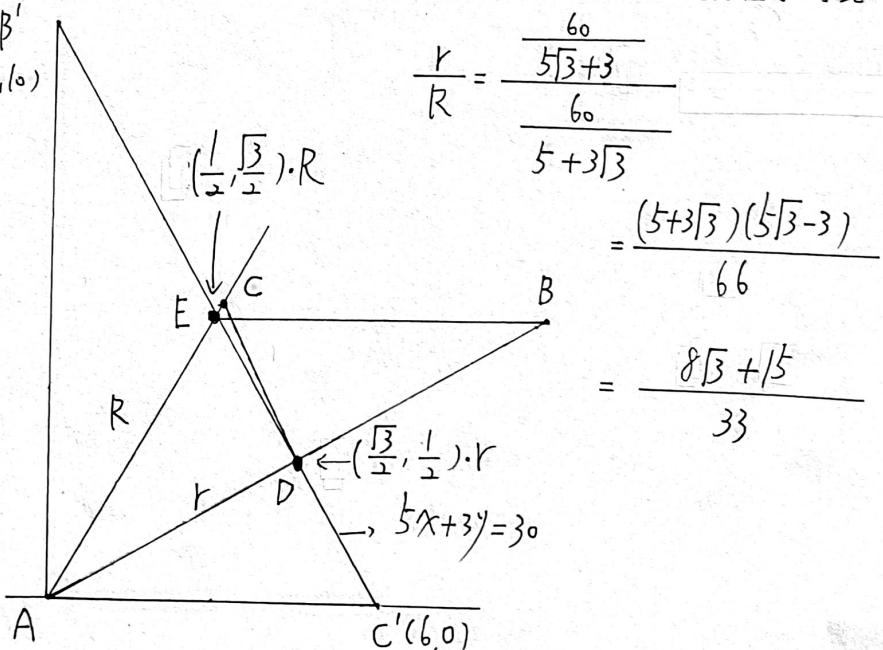
$$\text{令 } w = e^{i(\frac{\pi}{3})}, w^3 = -1, f(w) = -w^2 - w$$

$$(43^3 - 43^2 + 43) - 43^2 - 43 = 43^2 (41) = 75809$$

2. $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ，若 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的動點。當 $\overline{BE} + \overline{DE} + \overline{CD}$ 有最小值時，求此

$$\text{時的長度比 } \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{6}{5\sqrt{3}+3}.$$

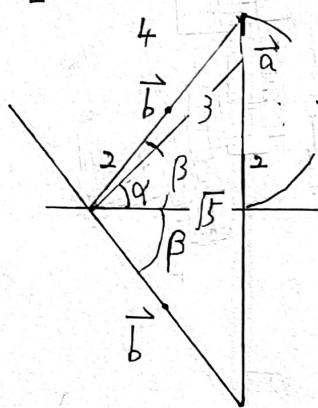
$$\frac{8\sqrt{3}+15}{33}$$



3. 平面上有三個向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} ，滿足 $\frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{\vec{a} \cdot \vec{c}} = \frac{1}{2}$ 且 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，已知 \vec{a} 在 \vec{c} 的正射影長度為 $\sqrt{5}$ ，
 $\frac{2\sqrt{11} \pm 5}{4}$

求 \vec{a} 在 \vec{b} 的正射影長度為

當 $\alpha \in I$



$$\frac{2\cos\beta}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$|\vec{a}| |\cos(\alpha + \beta)| = -\frac{\sqrt{5} - \sqrt{11}}{4 \cdot 3} \cdot 3$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{11} \pm 5}{4}$$

4. 若 $\begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{21} \\ 0 & \frac{22}{21} \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a_n & c_n \\ b_n & d_n \end{bmatrix}$ ， $n \in N$ ，則當 n 的取值最少為_____時， c_n 開始會大於 d_n 。
 15

($\log 2 \approx 0.301$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 11 \approx 1.0414$)

$$\text{令 } \beta = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{21} \\ 0 & \frac{22}{21} \end{bmatrix} \quad (\mathbb{I} + \beta)^n = \sim$$

$$\beta^2 = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & bd \\ 0 & d^2 \end{bmatrix} \Rightarrow C_n = C_1 \frac{2}{21} + C_2 \frac{2}{21^2} + \dots + C_n \frac{2}{21^n}$$

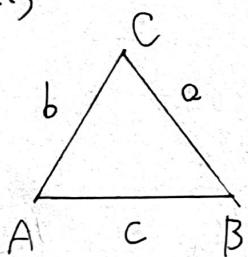
$$\beta^3 = \begin{bmatrix} 0 & bd^2 \\ 0 & d^3 \end{bmatrix} \quad d_n = 1 + C_1 \frac{1}{21} + C_2 \frac{1}{21^2} + \dots + C_n \frac{1}{21^n}$$

$$C_n > d_n \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{21}\right)^n - 1 > 1$$

$$\Rightarrow n > \frac{\log 2}{\log 22 - \log 21} \div 14.9 \Rightarrow n = 15$$

5. ΔABC 中，已知 $\vec{AB} \cdot (\vec{AC} + 2\vec{BC}) = 0$ 且 $\cos C = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ，求 $\tan A : \tan B : \tan C = \dots$

$1:2:3$



$$\cos A = 2a \cos B \quad t + 2t + 3 = t \cdot 2t \cdot 3$$

$$\Rightarrow 2 \tan A = \tan B \quad \Rightarrow 2t^2 - t - 1 = 0 \quad \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} + 1$$

$$\text{令 } \tan A = t, \tan B = 2t \quad \Rightarrow t = 1 \Rightarrow 1:2:3$$