

國立台中一中 102 學年度第一學期第一次期中考二年級數學(自然組)科試題 科目代碼：03

說明：請於答案卡正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，一律扣 5 分。注意：總分超過 100 分，以 100 分計。

一、多選題(每題至少有一個正確選項，全對得 7 分，錯一選項得 5 分，錯二選項得 3 分，錯三選項得 1 分，錯四選項以上不計分)

1. 下列各式中，哪些選項的值為 $\frac{1}{2}$?

(1) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ (2) $4 \sin^3(350^\circ) - 3 \sin(350^\circ)$ (3) $\frac{\sqrt{1 - \cos 60^\circ}}{2}$ (4) $\sqrt{\frac{1 + \cos 60^\circ}{2}}$ (5) $\frac{\tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ}$

2. 設 θ 為第二象限角，則下列何者正確?

(1) $\sin \theta > 0$ (2) $\sin \frac{\theta}{2} > 0$ (3) $\tan \frac{\theta}{2} > 0$ (4) $\cos 2\theta < 0$ (5) $\cos \frac{\theta}{3} < 0$

3. 令 $a = \cos(180\sqrt{10})^\circ$ ，試問下列何者正確?

(1) $a=1$ (2) $-2 < a \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $a=-1$ (4) $-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$ (5) $-1 < a < -\frac{1}{2}$

二、選填題(每題 6 分，請先將答案化至最簡，再填入答案欄，否則不予計分)

A. 已知 $\sin \theta = \frac{m-3}{m+5}$ ， $\cos \theta = \frac{4-2m}{m+5}$ ，其中 m 為實數， θ 是第二象限角，求 $m = \underline{\quad\quad\quad}$ %。

B. 若 $a = 2013 \cos^2 90^\circ - 5 \sin 45^\circ + 27 \tan^3 135^\circ$ ，則 $\log_{(\sqrt{2}+1)} \sqrt{a+30+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \underline{\quad\quad\quad}$ & '。

C. 將半徑為 $\frac{1}{2}$ 之半圓周 \overline{AB} 分成 102 等分，其分點為 $A = P_0, P_1, P_2, \dots, P_{101}, P_{102} = B$ ，則 $\sum_{k=1}^{101} \overline{AP_k}^2 = \frac{(\quad)^*}{\quad}$ 。(化成最簡分數)

D. 試求 $\sin 100^\circ \sin 160^\circ - \cos 200^\circ \cos 280^\circ = \frac{\quad}{\quad}$ 。(化成最簡分數)

E. $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 $3a \cos A = c \cos B + b \cos C$ ，求 $\cos A = \frac{\quad}{\quad}$ 。(化成最簡分數)

F. 已知 $\triangle ABC$ 的一個內角為 120° ，並且三邊長構成公差為 4 的等差數列，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{01\sqrt{2}}$ 。

G. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 $\sin C + \cos C = 1 - \sin \frac{C}{2}$ ，求 $\sin C = \frac{3}{4}$ 。(化成最簡分數)

H. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $b^2 - c^2 = ac$ ， $\angle A = 42^\circ$ ，則 $\angle C = \underline{56}^\circ$ 。

I. 已知 $2\sin\theta = 1 + 2\cos\theta$ ，且 θ 為銳角，則 $\frac{\cos 2\theta}{\sin(\theta - 45^\circ)} = \underline{\frac{7\sqrt{89}}{2}}$ 。

J. 已知 $\tan\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ， $\tan\alpha \cdot \tan\beta = \frac{13}{7}$ ，求 $\cos(\alpha - \beta) = \underline{\frac{1}{7}}$ 。(化成最簡分數)

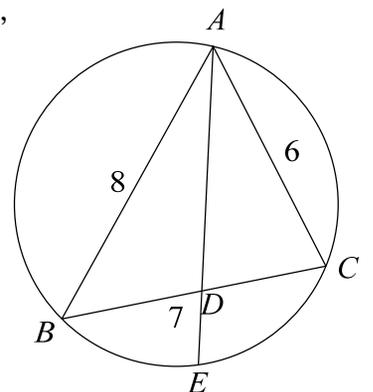
K. $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 $\triangle ABC$ 的面積為 $a^2 - (b - c)^2$ ，求 $\tan A = \underline{\frac{<}{>}}$ 。

L. 銳角 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊之邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 a, b 為 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 之兩根，且 $2\sin(A + B) - \sqrt{3} = 0$ ，求 $c^2 = \underline{?}$ 。

M. 從地面上 A, B, C 三點測得空中同一氣球的仰角均為 θ ，其中 $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ，已知 $\overline{AB} = 70$ 公尺， $\overline{BC} = 80$ 公尺， $\overline{CA} = 90$ 公尺，則氣球高度為 @ A 公尺。

N. 海中一島其四周 S 哩內佈有水雷，有一艦於 A 處見島在其北 60° 西，向西行駛 4 哩後於 B 點又見島在其北 30° 西，倘若不改變方向繼續行駛，則佈雷半徑 S 小於 B \sqrt{C} 哩時，該艦方無危險。

O. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 6$ ， $\angle BAE = \angle CAE$ ， E 點在 $\triangle ABC$ 的外接圓上，求線段 \overline{AE} 之長為 D。



試題結束

國立台中一中 102 學年度第一學期第一次期中考二年級數學(自然組)科試題 科目代碼：03

說明：請於答案卡正確劃記班級、座號、科目代碼，若未劃記或劃記錯誤，一律扣 5 分。注意：總分超過 100 分，以 100 分計。

參考答案：

1.(2)(5) 2.(1)(3) 3.(2)(5)

A.8 B.-1 C. $\frac{101}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{3}$ F. $15\sqrt{3}$ G. $\frac{3}{4}$ H. 46° I. $\frac{-\sqrt{14}}{2}$ J. $\frac{2}{3}$ K. $\frac{8}{15}$ L.6 M.21 N. $2\sqrt{3}$ O.8

